

## PROSES BERPIKIR MAHASISWAMATEMATIKA IKIP MATARAM DALAM PEMBUKTIAN KETERBAGIAN BERDASARKAN TEORI PEMROSESAN INFORMASI

Eliska Juliangkary<sup>1</sup>, Ipung Yuwono<sup>2</sup>, dan I Made Sulandra<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Dosen prodi Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP Mataram

<sup>2&3</sup>Dosen Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Negeri Malang

*E-mail:*

**ABSTRACT:** Knuth (2002), Healey and Hoyles (2000) have studied on teachers and students' concept on proving. However, those studies did not yet discover on case "how does student's thinking process on fragmentation proofing?". The Information Processing Theory is one of the theories that focus on one's thinking process. It is one of the members of cognitive learning type theory which digs detail and deep on the relationship between subdivisions of information since it has been received from its surrounding until it permanently saved in someone's mind. The aim of this study was describing thinking process of ikip mataram students in mathematic proving based on information processing theory.

**Kata kunci:** proses berpikir, pembuktian, teori pemrosesan informasi.

### PENDAHULUAN

Pada tahap awal matematika terbentuk dari pengalaman manusia dalam dunia secara empiris, karena matematika sebagai aktivitas manusia kemudian pengalaman itu diproses dalam dunia rasio, diolah secara analisis dan sintesis dengan penalaran di dalam struktur kognitif, sehingga sampailah pada suatu kesimpulan berupa konsep-konsep matematika. Agar konsep-konsep matematika yang telah terbentuk itu dapat dipahami orang lain dan dapat dengan mudah dimanipulasi secara tepat, maka digunakan notasi dan istilah yang cermat dan disepakati bersama secara global (universal) yang dikenal dengan bahasa matematika.

Matematika dikenal sebagai ilmu deduktif. Ini berarti proses pengerjaan matematika harus bersifat deduktif. Matematika tidak menerima generalisasi berdasarkan pengamatan (induktif), tetapi harus berdasarkan pembuktian deduktif. Metode pencarian kebenaran dalam matematika berbeda dengan ilmu pengetahuan alam, apa lagi ilmu pengetahuan umum. Metode mencari kebenaran yang dipakai matematika adalah ilmu deduktif, sedangkan oleh ilmu pengetahuan alam adalah metode induktif atau eksperimen.

Dalam matematika objek dasar yang dipelajari bersifat abstrak, yang sering disebut juga objek mental. Objek-objek tersebut merupakan objek pikiran melalui fakta yang diungkap dengan simbol tertentu, konsep yaitu ide abstrak yang dapat digunakan untuk

menggolongkan atau mengklasifikasikan sekumpulan objek, operasi merupakan pengerjaan hitung, pengerjaan aljabar, dan pengerjaan matematika. Prinsip dapat berupa teorema, aksioma, sifat dan sebagainya.

Oleh karena itu objek-objek matematika bersifat abstrak, maka di dalam mempelajarinya diperlukan kemampuan berpikir dan bernalar tinggi. Salah satu komponen penting dalam matematika yang sangat memerlukan kemampuan berpikir tinggi adalah proses mengkonstruksi suatu bukti yang memerlukan pemahaman dan pengalaman yang cukup. Pembuktian menuntut suatu kemampuan tingkat tinggi yang memerlukan usaha yang keras untuk memperolehnya. Proses pembuktian tidak dipungkiri merupakan suatu hal yang kompleks, yaitu melibatkan sejumlah kompetensi dari mahasiswa. Kompetensi tersebut adalah mengidentifikasi asumsi, memisahkan sifat-sifat dan struktur-struktur yang diberikan dan mengorganisasikan argumen-argumen logis dimana masing-masing tindakan itu bukan sesuatu hal yang mudah.

Menurut Yuwono (2006) lemahnya mahasiswa dalam penalaran matematika, disebabkan oleh banyaknya arahan untuk menjawab soal dalam bentuk objektif, dimana soal bentuk objektif ini mementingkan jawaban akhir dari pada penalaran matematika. Seperti pada matakuliah teori bilangan, yang biasanya ditempuh di semester awal perkuliahan.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Knuth (2002) dapat disimpulkan bahwa konsep guru matematika sekolah menengah

tentang bukti, bahwa kebanyakan guru memiliki pandangan terbatas terhadap sifat bukti dalam matematika dan menunjukkan pemahaman yang tidak cukup tentang konstruksi bukti.

Selanjutnya penelitian lain yang dilakukan oleh Haeley dan Hoyles (2000) berkaitan konsepsi siswa tentang bukti pada aljabar, bahwa siswa mempunyai konsepsi yang berbeda tentang bukti antara lain; ada siswa yang membuktikan secara narasi, ada yang membuktikan secara induktif, dan ada pula yang membuktikan secara deduktif.

Dari penelitian-penelitian tersebut di atas, hanya mendeskripsikan tentang bagaimana konsepsi guru maupun siswa tentang bukti tanpa melihat proses berfikir siswa dan guru dalam mengkonstruksi bukti. Karena itu penelitian ini akan menindak lanjuti dengan mengkaji bagaimana proses berfikir mahasiswa dalam memecahkan masalah bukti berdasarkan teori pemrosesan informasi.

Ada tiga aspek yang relevan yang berhubungan dengan kognisi manusia yaitu, pencatatan indra, penenalan pola dan perhatian. Aspek pertama, pencatatan indra adalah sebuah sistem ingatan yang dirancang untuk menyimpan sebuah rekaman mengenai informasi yang diterima oleh sel-sel reseptor. Pencatatan indera juga dikenal dengan sebagai ingatan *sensory* yang dibedakan menjadi dua macam yaitu, ikonik yaitu sistem pencatatan terhadap informasi visual, gambar dan benda kongkrit dan ekonik yaitu sistem pencatatan indra terhadap informasi berupa suara.

Aspek kedua, pengenalan pola proses transformasi dan pengorganisasian informasi yang masih kasar agar mempunyai makna atau arti tertentu. Aspek ini lebih dalam dari hanya sekedar menyimpan informasi yang masuk melalui reseptor, dengan kata lain dapat pula dikatakan bahwa aspek pengenalan pola ini adalah sebuah upaya untuk menata informasi yang masuk sesuai karakteristik yang menonjol yang ditempatkan sesuai dengan jenisnya.

Perhatian adalah aspek yang ketiga, yang diartikan sebagai proses pemusatan aktivitas mental atau proses konsentrasi pikiran dengan mengabaikan rangsangan lain yang tidak berkaitan. Aktivitas ini menuntut pemusatan konsentrasi pikiran pada hal-hal yang menonjol dari sebuah informasi dan bekerja secara *intens* terhadap informasi tersebut dengan mengabaikan hal-hal yang tidak terkait.

Pendekatan proses-informasi menganalisis cara anak memanipulasi informasi, memonitornya, dan menciptakan

strategi menanganinya. Proses informasi yang efektif meliputi perhatian, memori, dan proses berfikir. Proses berfikir pada pembuktian matematika ini dikaji berdasarkan teori pemrosesan informasi.

Berdasarkan hasil wawancara dengan seorang dosen matematika di IKIP Mataram pada bulan September 2011, masih banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam pembuktian matematika. Peneliti juga melakukan pengamatan di IKIP Mataram terhadap mahasiswa program studi pendidikan matematika menunjukkan bahwa pembelajaran masih berorientasi pada dosen. Dosen masih sebagai sumber utama belajar, mahasiswa hanya mendengar dan menulis penjelasan dosen. Selain itu, sebagian besar mahasiswa pasif, kurang atau tidak berusaha untuk menyelesaikan masalah dan hanya menulis jawaban yang telah dinyatakan benar oleh dosen. Adapun keterbagian dipilih karena topik dari mata kuliah Teori Bilangan ini merupakan salah satu mata kuliah dasar dan prasyarat bagi mata kuliah matematika yang lain, contohnya mata kuliah Teori Graph dan Aljabar Abstrak.

Berdasarkan uraian di atas maka peneliti mengadakan penelitian tentang proses berfikir mahasiswa sebagai calon guru dalam melakukan pembuktian matematika dengan judul "Proses Berfikir Mahasiswa Matematika IKIP Mataram Dalam Pembuktian Keterbagian Berdasarkan Teori Pemrosesan Informasi". manfaat penelitian ini adalah:

1. Memberikan gambaran proses berfikir mahasiswa matematika IKIP Mataram dalam pembuktian keterbagian yang ditinjau dari teori pemrosesan informasi.
2. Memberikan pijakan awal dalam melakukan penelitian yang berkaitan dengan pembuktian matematika.

## METODE

Penelitian ini mengungkap proses berfikir mahasiswa dalam memecahkan masalah pembuktian keterbagian. Proses berfikir dikaji menggunakan kerangka berfikir pemrosesan informasi. Karena data yang dikumpulkan adalah data verbal dan hasil proses konstruksi dengan mengungkapkan proses berfikir mahasiswa, maka penelitian ini tergolong dalam penelitian kualitatif-eksploratif (Subanji: 2007). Penelitian ini dilakukan pada April-Mei 2012. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa jurusan Matematika FPMIPA IKIP Mataram, semester IV angkatan 2010.

Prosedur pengumpulan data dalam penelitian ini yaitu:

- a) Mahasiswa diberi pertanyaan untuk membuktikan keterbagian (instrument/ lembar kerja).
- b) Mahasiswa mengutarakan apa yang dipikirkan pada saat memecahkan masalah pembuktian keterbagian. Dalam hal ini metode yang digunakan untuk mengumpulkan data adalah *Think Out Louds* (TOL) atau juga yang dikenal dengan *Think Aloud*. Peneliti merekam secara verbal hal tersebut.
- c) Hasil pekerjaan mahasiswa dianalisa oleh peneliti berdasarkan teori pemrosesan informasi yang terdiri dari delapan aspek yaitu *sensory register*, *attention*, *perception*, *retrieval*, *rehearsal*, *encoding*, *short term memory*, dan *long term memory*.
- d) Wawancara yang dilakukan hanya digunakan untuk memperjelas, mendalami masalah atau mengklarifikasi proses berpikir yang dikemukakan oleh mahasiswa.

## HASIL

Subjek kelompok atas yang dimaksud adalah S1 dan S2, subjek kelompok sedang adalah S3 dan S4, sedangkan subjek kelompok bawah adalah S5 dan S6. Selanjutnya akan dipaparkan proses berpikir ditinjau dari teori pemrosesan informasi dari masing-masing kelompok subjek ini.

### 1. Analisis Proses Berpikir Subjek Kelompok Atas.

Mahasiswa yang menjadi kelompok atas adalah S1 dan S2. Proses berpikir subjek kelompok atas dapat dilihat dari proses konstruksi bukti yang dilakukan, sejak diterimanya stimulus sampai ditemukannya respon dalam memori kerjanya. Subjek kelompok atas sangat yakin akan argumen-argumen yang dipaparkan dan jawaban yang diperolehnya. Subjek kelompok atas merasa sudah mengenal masalah dan tidak terjadi interpretasi yang salah terhadap makna stimulus yang diberikan. Konsep-konsep dasar dalam matematika yang dibutuhkan oleh *short term memory*

tersimpan baik pada *long term memory* subjek kelompok atas sehingga hal tersebut sangat membantu kelancaran proses konstruksi bukti yang dilakukan. Namun jawaban yang dituliskan (kesimpulan bukti) tidak sesuai Berikut dipaparkan proses berpikir dari masing-masing subjek kelompok atas dalam pengkonstruksian bukti.

### 2. Analisis Proses Berpikir Subjek Kelompok Sedang.

Mahasiswa yang menjadi kelompok sedang adalah S3 dan S4. Proses konstruksi bukti yang dilakukan kelompok sedang (S3 dan S4) dapat dilihat dalam pemecahan masalahnya. Subjek kelompok sedang merasa sudah mengenal masalah, sehingga langsung menginterpretasikan struktur masalah. Dalam proses berpikir subjek kelompok sedang menghasilkan jawaban yang hampir benar, namun terjadi kekeliruan pada proses pengerjaannya, dan jawaban yang dihasilkan juga kurang lengkap.

### 3. Analisis Proses Berpikir Subjek Kelompok Bawah.

Mahasiswa yang menjadi subjek pada kelompok ini adalah subjek S5 dan S6. Dalam proses berpikirnya S5 dan S6 awalnya ragu untuk memulai menyelesaikan masalah bukti ini. Namun ketika menyelesaikan masalah bukti ini sebagian struktur masalah sudah dikenal oleh S5 dan S6. Akan tetapi ada beberapa argumen-argumen yang diberikan saat mengerjakan soal untuk mendapatkan jawaban kurang jelas dan sering muncul secara tiba-tiba tanpa ada kaitannya dengan pernyataan yang diberikan sebelumnya. Selanjutnya S5 dan S6 juga mengalami kekeliruan dan kesalahan pada saat proses penjabaran.

### 4. Analisis Perbedaan Proses Berpikir Ketiga Kelompok.

Hasil pekerjaan dari masing-masing kelompok berbeda-beda, begitu juga hasil analisa berdasarkan teori pemrosesan informasi, berikut hasil analisa dari delapan aspek teori pemrosesan informasi.

**Tabel 1.** Proses berpikir masing-masing kelompok.

Komponen Proses Berpikir	Kelompok Atas	Kelompok Sedang	Kelompok Bawah
<i>Sensory Register</i>	Stimulus masuk ke <i>sensory register</i> S1 dan S2 melalui indra baik indra penglihatan ataupun pendengaran dengan cara melihat	Stimulus masuk ke <i>sensory register</i> S3 dan S4 melalui indra baik indra penglihatan ataupun pendengaran dengan cara melihat	Stimulus masuk ke <i>sensory register</i> S5 dan S6 melalui indra baik indra penglihatan ataupun pendengaran dengan

	dan membaca soal yang diberikan.	dan membaca soal yang diberikan	cara melihat dan membaca soal yang diberikan
<i>Attention</i>	S1 dan S2 memberikan <i>attention</i> dengan cara mampu menulis dan dan mengucapkan apa yang akan menjadi jawabannya.	S3 dan S4 memberikan <i>attention</i> dengan cara mampu menulis dan dan mengucapkan apa yang akan menjadi jawabannya.	S5 dan S6 memberikan <i>attention</i> dengan cara mampu menulis dan dan mengucapkan apa yang akan menjadi jawabannya.
<i>Perception</i>	S1 dan S2 menuliskan dan mengucapkan bahwa mereka akan mengerjakan soal tersebut dengan menggunakan keterbagian	S3 dan S4 menuliskan dan mengucapkan bahwa mereka akan mengerjakan soal tersebut dengan menggunakan keterbagian	S5 dan S6 menuliskan dan mengucapkan bahwa mereka akan mengerjakan soal tersebut dengan menggunakan keterbagian
<i>Retrieval</i>	S1 dan S2 menuliskan dan mengucapkan langkah-langkah pengerjaan jawaban tersebut. S1 dan S2 menterjemahkan syarat dari teorema algoritma pembagian (S1 dan S2 mengabaikan kombinasi linier $(q = 3t + r)$ dan syarat $0 \leq r < 0$ ). Namun S1 dan S2 langsung menterjemahkan dengan mengambil $r = 0$ , $r = 1$ , dan $r = 2$ .	S3 dan S4 menuliskan dan mengucapkan jawaban. S3 dan S4 menterjemahkan syarat dari teorema algoritma pembagian (S3 dan S4 mengabaikan kombinasi linier $(q = 3t + r)$ dan syarat $0 \leq r < 0$ ). S3 dan S4 langsung menterjemahkan dengan mengambil $r = 0$ , atau $r = 1$ ,	S5 dan S6 menuliskan dan mengucapkan apa yang dipikirkan. S5 dan S6 menterjemahkan syarat dari teorema algoritma pembagian (S5 dan S6 mengabaikan kombinasi linier $(q = 3t + r)$ dan syarat $0 \leq r < 0$ ). S5 dan S6 langsung menterjemahkan dengan mengambil $r = 0$ .
<i>Rehersal</i>	S1 tidak melakukan <i>rehersal</i> . Namun S2 melakukan <i>rehersal</i> pada jawaban soal nomor dua.	S3 dan S4 tidak melakukan <i>rehersal</i> (pengulangan).	S5 dan S6 tidak melakukan <i>rehersal</i>
<i>Encoding</i>	S1 dan S2 mampu mengaplikasikan pengetahuan mereka yang telah di <i>retrieval</i> .	S3 dan S4 cukup mampu mengaplikasikan pengetahuan mereka yang telah di <i>retrieval</i>	S5 dan S6 tidak mampu mengaplikasikan pengetahuan mereka yang telah di <i>retrieval</i> dengan baik.
<i>Short Term Memory</i>	S1 mampu menjabarkan syarat teorema algoritma pembagian dengan lengkap tetapi S2 mengalami <i>forgotten lost</i> untuk syarat	S3 dan S4 mengalami <i>forgotten lost</i> untuk syarat $n = 3p + 1$ dan $n = 3p + 2$ pada soal nomor satu, dan <i>forgotten lost</i> juga	<i>forgotten lost</i> terjadi pada S5 dan S6 untuk syarat pada teorema algoritma pembagian yaitu $n = 3p + 1$ dan

	<p><math>n = 3k + 2</math>,                  pemfaktoran, proses                  substitusi, operasi                  penjumlahan tetapi S2                  mengalami                  kekeliruan, definisi                  keterbagian, namun                  untuk mengambil                  kesimpulan S1 dan S2                  mengalami                  kekeliruan.</p>	<p>terjadi pada S3 dan S4                  untuk syarat  <math>n = 3p + 2</math> pada                  soal nomor dua.                  Pemfaktoran, proses                  substitusi, tetapi S4                  mengalami kekeliruan                  pada proses substitusi                  ini, operasi                  penjumlahan, definisi                  keterbagian, namun                  untuk mengambil                  kesimpulan S4 dan S5                  mengalami                  kekeliruan.</p>	<p><math>n = 3p + 2</math> pada                  soal nomor                  satu, demikian juga                  pada soal nomor dua                  terjadi pada S5.                  Pemfaktoran, proses                  substitusi, operasi                  penjumlahan,                  definisi keterbagian,                  Namun S6                  mengalami hambatan                  mulai dari proses                  pemfaktoran, aljabar,                  dan penerapan                  teorema algoritma                  pembagian. Pada                  soal nomor dua ini                  semua proses yang                  dilakukan oleh S6                  mengalami                  kekeliruan.</p>
<p><i>Long Term Memory</i></p>	<p>S1 dan S2 memiliki                  konsep yang cukup                  baik tentang teorema                  algoritma keterbagian,                  melakukan                  pemfaktoran, proses                  substitusi, definisi                  keterbagian.</p>	<p>S3 dan S4 sudah                  merasa mengenal                  struktur masalah, baik                  tentang teorema                  algoritma keterbagian,                  melakukan                  pemfaktoran, proses                  substitusi, definisi                  keterbagian. Hanya                  saja pada prosesnya                  S3 dan S4 mengalami                  beberapa kekeliruan.</p>	<p>S5 sudah merasa                  mengenal struktur                  masalah, baik                  tentang teorema                  algoritma                  keterbagian,                  melakukan                  pemfaktoran, proses                  substitusi, definisi                  keterbagian. Namun                  konsep-konsep yang                  ada di <i>long term                  memory</i> tidak                  terbentuk dengan                  baik dan terbatas.</p>

**PEMBAHASAN**

Pada pembahasan akan dibahas tentang hal-hal khusus yang terjadi di dalam peneliti yaitu proses berpikir mahasiswa dalam pembuktian keterbagian berdasarkan teori pemrosesan informasi.

Teori pemrosesan informasi membahas tentang pemrosesan, penyimpanan, dan pemanggilan kembali informasi dari otak (Gagne, 1975). Pemrosesan informasi dimulai apabila individu menjumpai lingkungannya dan mulai menyusun informasi yang dikumpulkannya. Dalam proses pembuktian keterbagian semua komponen pemrosesan informasi harus bekerja dengan baik agar menghasilkan bukti yang tepat terutama komponen *attention*, *perception*, dan *long term memory* (memori jangka panjang). Pada bagian ini akan dideskripsikan proses berpikir dari tiga

subjek yaitu subjek kelompok atas, subjek kelompok sedang, dan subjek kelompok bawah.

Alur berpikir subjek kelompok atas (S1 dan S2) menunjukkan terjadi proses berpikir yang lancar sejak diterimanya stimulus (pertanyaan) sampai ditemukannya respon (hasil pekerjaan). Stimulus yang terekam dalam *sensory register* mereka dipahami dengan benar sehingga *attention* dan *perception* terjadi dengan benar pula. Komponen proses kognitif pun berjalan cukup lancar karena memori kerja dan memori jangka panjang mereka juga bekerja dengan cukup baik. Konsep-konsep yang dibutuhkan oleh memori kerja, tersimpan oleh memori jangka panjang mereka. Termasuk di dalamnya konsep keterbagian.

Proses berpikir yang terjadi pada subjek kelompok sedang (S3 dan S4) cukup baik, tetapi masih kurang lengkap dikarenakan masih terjadi kekeliruan dan *forgotten lost*

(lupa). *Attention* dan *perception* berfungsi sebagaimana mestinya dan memproses stimulus dengan baik, hanya saja *long term memory* (memori jangka panjang) tidak bekerja sebagaimana mestinya, sehingga menghasilkan argumen-argumen yang kurang lengkap.

Seperti pada subjek kelompok sedang, subjek kelompok bawah (S5 dan S6) juga mengalami proses berpikir yang kurang lengkap. Konsep-konsep yang ada di *long term memory* (memori jangka panjang) tidak terbentuk dengan baik dan terbatas. Dengan demikian konsep-konsep tersebut *tidak* dapat diproses dengan baik pula pada *short term memory* (memori jangka pendek/memori kerja) sehingga terjadi kekeliruan pada saat pengaplikasiannya. Argumen-argumen yang diberikan oleh subjek kelompok bawah dalam pembuktian kurang jelas dan tidak dapat dimengerti, karena jawaban yang diperoleh dengan tiba-tiba dan tanpa alasan yang logis.

Proses pembuktian keterbagian oleh subjek kelompok atas terutama S1 langsung menginterpretasikan syarat  $0 \leq r < 3$  dengan mengganti nilai  $r = 0, r = 1, r = 2$  ke dalam  $3p + r$ , akan tetapi S2 hanya menggunakan syarat  $0 \leq r < 3$ , dengan mengganti nilai  $r = 0, r = 1$  dan proses pembuktian berjalan cepat dan argumen-argumen cukup beralasan. Karena konsep-konsep yang ada di *long term memory* (memori jangka panjang) terbentuk dengan baik serta di proses dengan baik pula pada *short term memory* (memori jangka pendek/memori kerja) subjek kelompok atas.

Proses pembuktian yang terjadi pada subjek kelompok sedang masih banyak terjadi kekeliruan, mereka hanya menggunakan syarat  $0 \leq r < 3$ , dengan mengganti nilai  $r = 0, r = 1$  ke dalam  $3p + r$ . Selain itu juga, terjadi kekeliruan saat pengambilan kesimpulan.

Sedangkan proses pembuktian yang terjadi pada subjek kelompok bawah masih banyak terjadi kekeliruan, mereka hanya menggunakan syarat  $0 \leq r < 3$ , dengan mengganti nilai  $r = 0, r = 1, r = 2$  ke dalam  $3p + r$  dengan hanya menerapkan nilai  $r = 0$  saja dalam pembuktian, proses pemfaktoran, substitusi, aljabar dan pengambilan kesimpulan juga menjadi masalah bagi mereka karena mengalami kekeliruan dalam mengaplikasikannya. Oleh karena itu, proses berpikir dalam pembuktian keterbagian

yang dilakukan oleh subjek kelompok bawah kurang lengkap.

## KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian di atas dapat disimpulkan, bahwa Stimulus (pertanyaan) masuk ke *sensory register* melalui indra penglihatan. Perhatian (*attention*) yang diberikan oleh subjek kelompok atas (S1 dan S2) mampu menimbulkan persepsi (*perception*) untuk menyelesaikan soal-soal tersebut menggunakan keterbagian. S1 dan S2 menggunakan teorema algoritma pembagian yang diproses dengan melakukan pemanggilan kembali (*retrieval*) pada konsep algoritma pembagian yang tersimpan di memori jangka panjang (*long term memory*) sampai ditemukan respon. S1 memulai dengan menyatakan syarat teorema algoritma pembagian yaitu  $n = 3p$ ,  $n = 3p + 1$ , atau  $n = 3p + 2$  untuk suatu  $p \in \mathbb{Z}$ . Akan tetapi S2 hanya menyatakan dengan menggunakan syarat  $n = 3p$ ,  $n = 3p + 1$  saja. Kemudian, S1 dan S2 melakukan operasi pemfaktoran yaitu terhadap nilai persamaan yang diberikan dalam soal. Setelah itu, S1 dan S2 melakukan substitusi untuk nilai  $n = 3p$ ,  $n = 3p + 1$ , atau  $n = 3p + 2$  ke dalam persamaan dan melakukan operasi penjumlahan. Kemudian S1 dan S2 langsung mengambil kesimpulan.

Penguatan (*encoding*) terjadi terhadap konsep-konsep yang telah dipanggil dari memori jangka panjang (*long term memory*) sebelumnya, karena S1 dan S2 mampu menyimpan informasi yang telah diterima sebelumnya di memori jangka panjang (*long term memory*) dengan baik.

Subjek kelompok sedang (S3 dan S4) mendapatkan stimulus kemudian stimulus masuk ke *sensory register*. Perhatian (*attention*) dari S3 dan S4 atas stimulus yang diperoleh menimbulkan perhatian (*perception*) bahwa mereka akan menyelesaikan soal tersebut menggunakan keterbagian. Pemanggilan kembali (*retrieval*) terjadi di memori jangka pendek (*short term memory*) terhadap informasi yang ada di memori jangka panjang (*long term memory*) sampai ditemukan respon. S3 dan S4 memulai dengan menyatakan syarat teorema algoritma pembagian yaitu  $n = 3p$ ,  $n = 3p + 1$  saja. Lupa (*forgetton lost*) terjadi disini karena S3 dan S4 tidak menggunakan syarat yang berikutnya yaitu untuk  $n = 3p + 2$ . Kemudian, S3 dan S4

melakukan operasi pemfaktoran yaitu terhadap nilai persamaan yang diberikan dalam soal. S3 dan S4 melakukan substitusi untuk nilai  $n = 3p$ ,  $n = 3p + 1$  ke dalam persamaan dan melakukan operasi penjumlahan. Kemudian S3 dan S4 mengambil kesimpulan.

S3 dan S4 mampu menyimpan informasi yang telah diterima sebelumnya di memori jangka panjang (*long term memory*) dengan cukup baik, tetapi tidak terjadi penguatan (*encoding*) terhadap konsep-konsep yang telah dipanggil dari memori jangka panjang (*long term memory*) sebelumnya.

Sedangkan pada subjek kelompok bawah (S5 dan S6) mendapatkan stimulus kemudian stimulus masuk ke *sensory register*. Perhatian (*attention*) dari S5 dan S6 atas stimulus yang diperoleh menimbulkan perhatian (*perception*) bahwa mereka akan menyelesaikan soal tersebut dengan keterbagian. Pemanggilan kembali (*retrieval*) terjadi di memori jangka pendek (*short term memory*) terhadap informasi yang ada di memori jangka panjang (*long term memory*) sampai ditemukan respon. S5 memulai dengan menyatakan syarat teorema algoritma pembagian yaitu  $n = 3p$  saja. Lupa (*forgetton lost*) terjadi disini karena S5 tidak menggunakan syarat yang berikutnya yaitu untuk  $n = 3p + 1$  dan  $n = 3p + 2$ . S5 melakukan operasi pemfaktoran yaitu terhadap nilai persamaan yang diberikan dalam soal. Setelah itu, S5 melakukan substitusi untuk nilai  $n = 3p$  ke dalam persamaan dan melakukan operasi penjumlahan serta S5 mengambil kesimpulan. Sedangkan S6 mengalami kesulitan serta kekeliruan dimulai dari proses pemfaktoran dan seterusnya.

S5 dan S6 tidak mampu menyimpan informasi yang telah diterima sebelumnya di memori jangka panjang (*long term memory*), dan penguatan (*encoding*) tidak terjadi terhadap konsep-konsep yang telah dipanggil dari memori jangka panjang (*long term memory*) sebelumnya.

Proses berpikir mahasiswa matematika IKIP Mataram baik dari subjek kelompok atas, subjek kelompok sedang maupun subjek kelompok bawah dalam pembuktian keterbagian yaitu sama-sama memiliki persepsi (*perception*) untuk menyelesaikan dengan menggunakan keterbagian, dan melakukan pemanggilan kembali (*retrieval*) terjadi di memori jangka pendek (*short term memory*) terhadap informasi yang ada di memori jangka panjang (*long term memory*) sampai ditemukan respon dengan menerapkan teorema algoritma pembagian, melakukan proses pemfaktoran serta melakukan proses penjumlahan setelah itu mengambil kesimpulan.

### SARAN

Saran yang dapat diberikan sebagai, yaitu Perlu adanya proses komunikasi yang interaktif dalam kegiatan pembelajaran sehingga informasi yang diperoleh mahasiswa dapat diproses dan tersimpan dengan baik di memori jangka panjang (*long term memory*) mereka.

### DAFTAR RUJUKAN

- Gagne, R. M. 1975. *Essentials of Learning for Instruction*. New York: Holt, Rinehart and Wiston.
- Healy, L & Hoyley, C. 2002. A Study of proof Conception in Algebra. *Jurnal Research for Mathematics Education*, No.4 Vol.31, University of London, UK
- Knuth, J. Erick. 2002. Secondary School Mathematics Teacher's Conception of Proof, *Jurnal Research for Mathematics Education*, No.5 Vol.33, University of Wisconsin-Medison.
- Subanji. 2007. *Proses Berpikir Penalaran Kovarasional Pseudo dalam Mengkonstruksi Grafik Fungsi Kejadian Dinamika Kebalikan*, Disertasi tidak diterbitkan: UNESA Surabaya.
- Yuwono, I. 2006. Kemampuan Penalaran dan Pembuktian Mahasiswa Tahun Pertama Prodi Pendidikan Matematika, *Jurnal MIPA Tahun 35*, Malang Juli 2006, ISSN 0854-8269.