

PROSES KONEKSI MATEMATIKA SISWA SMK PGRI 7 MALANG DALAM MENYELESAIKAN MASALAH BERDASARKAN PEMAHAMAN SKEMP

Deni Hamdani, Subanji, dan Santi Irawati

Universitas Negeri Malang

E-mail: hamdanideni72@yahoo.co.id; subanjimat@yahoo.co.id; santira99@yahoo.com

ABSTRAK :Penelitian ini mengkaji proses koneksi matematika siswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan pemahaman Skemp, yakni pemahaman relasional dan pemahaman intrumental. Proses koneksi matematika yang terjadi dikaji dengan cara memberikan Lembar Tugas Individu (LTI) dan wawancara sesuai dengan tahapan Polya. Pengambilan data penelitian menggunakan metode Think-Out-Loud(TOL). Hasil penelitian menunjukkan bahwa pada LTI nomor 1, semua subjek kelompok berkategori pemahaman relasional, dan pada LTI nomor 2, subjek kelompok 1 memiliki pemahaman relasional, sedangkan subjek kelompok 2 memiliki pemahaman instrumental. Proses koneksi matematika subjek dengan pemahaman relasional dapat mengontruksi hubungan antar konsep matematika, baik antar materi matematika, dan di dalam materi matematika, sedangkan proses koneksi matematika subjek dengan pemahaman instrumental dapat mengontruksi hubungan antar konsep matematika, baik antar materi matematika, dan di dalam materi matematika setelah diberikan stimulus ide penyelesaian.

Kata kunci: Koneksi Matematika, Menyelesaikan Masalah, Pemahaman Skemp

Pendahuluan

NCTM (dalam Walle, 2007). *Prinsip pembelajaran* menyatakan bahwa "para siswa harus belajar matematika dengan pemahaman, secara aktif membangun pengetahuan baru dari pengalaman dan pengetahuan sebelumnya. Sedangkan *prinsip pengajaran* menyatakan "mengajar matematika yang efektif memerlukan pemahaman tentang apa yang siswa ketahui dan perlukan untuk belajar dan kemudian memberi tantangan dan mendukung mereka untuk mempelajarinya dengan baik".

Prinsip-prinsip di atas, mengindikasikan bahwa penting siswa memahami pengetahuan sebelumnya untuk membangun pengetahuan yang baru. Siswa perlu berfikir aktif untuk dapat belajar, di dalam kelas siswa harus didorong untuk bergulat dengan ide baru, mencari koneksi antar ide dan menganalisa idenya sendiri maupun ide temannya. Hal ini sesuai dengan pendapat House, et. all (dalam Walle, 2007) yang mendefinisikan pemahaman sebagai ukuran kualitas dan kuantitas hubungan suatu ide dengan ide yang telah ada. Pemahaman tergantung pada ide yang sesuai yang telah dimiliki dan tergantung pada pembuatan hubungan baru antar ide.

Selanjutnya, Skemp (1976) membedakan menjadi dua macam pemahaman, yakni pemahaman relasional dan pemahaman instrumental. Pemahaman relasional didefinisikan sebagai "*knowing what to do and*

why" dan pemahaman instrumental didefinisikan sebagai "*rules without reasons.*"

Tahun 1987, Skemp merevisi pengkategorian dan definisi tentang pemahaman dengan memasukkan komponen pemahaman formal, disamping pemahaman instrumental dan pemahaman relasional. Skemp mendefinisikan:

Instrumental understanding is the ability to apply an appropriate remembered rule to the solution of a problem without knowing why the rule works.

Relational understanding is the ability to deduce specific rules or procedures from more general mathematical relationships. Formal understanding is the ability to connect mathematical symbolism and notation with relevant mathematical ideas and to combine these ideas into chains of logical reasoning.

Dari definisi ini terlihat bahwa istilah "*knowing*" dalam definisi sebelumnya, diganti dengan istilah "*ability*". Jadi menurut Skemp, pemahaman merupakan kemampuan (*ability*).

Selanjutnya Skemp (1987) menulis "*to understand something means to assimilate it into an appropriate schema.*" Jadi terlihat adanya perbedaan antara pemahaman dengan memahami sesuatu. Pemahaman dikaitkan dengan "*kemampuan (ability)*," dan memahami sesuatu dikaitkan dengan "*asimilasi*" dan

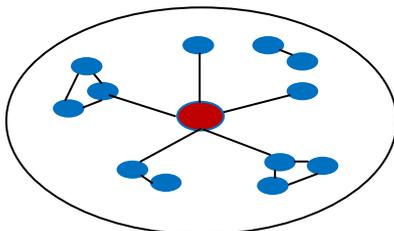
“suatu skema yang cocok (*an appropriate schema*)”. Skema diartikan oleh Skemp sebagai grup konsep-konsep yang saling terhubung, masing-masing konsep dibentuk dari abstraksi sifat-sifat yang invarian dari input sensori motor atau dari konsep lainnya. Hubungan antara, konsep-konsep ini dikaitkan oleh suatu relasi atau transformasi.

Lebih lanjut Skemp menyatakan pemahaman instrumental sejatinya belum termasuk pada kategori pemahaman, sedangkan pemahaman relasional memang benar sudah termasuk pada kategori pemahaman; sebagaimana dinyatakan oleh Skemp (1989) sebagai berikut :

... by calling them ‘relational understanding’ and ‘instrumental understanding’. By the former is meant what I, and probably most readers of this article, have always meant by understanding: knowing both what to do and why. Instrumental understanding I would until recently not have regarded as understanding at all. It is what I have in the past described as ‘rules without reasons’.

Siswa yang berusaha memahami secara relasional akan mencoba mengaitkan konsep baru dengan konsep-konsep yang dipahami untuk dikaitkan dan kemudian merefleksikan keserupaan dan perbedaan antara konsep baru dengan pemahaman sebelumnya.

Teori yang menyarankan bahwa anak-anak harus aktif dalam mengembangkan pemahamannya adalah teori konstruktivisme. Konstruktivisme menolak bahwa anak-anak adalah lembaran putih yang kosong. Anak-anak tidak menyerap ide-ide yang diberikan gurunya, tetapi mereka adalah kreator pengetahuan (Walle, 2007). Prinsip dasarnya adalah anak-anak mengkonstruksi sendiri pengetahuannya, untuk mengkonstruksi sesuatu dalam dunia nyata diperlukan alat-alat, bahan dan usaha. Begitu pula dengan bagaimana kita mengkonstruksi suatu ide. Alat-alat yang diperlukan untuk membangun pemahaman adalah ide-ide yang telah ada, yakni pengetahuan yang telah dimiliki.



Gambar 1. Pengkontruksian ide-ide

Gambar di atas adalah metafora untuk pengkontruksian ide Walle (2007). Titik-titik biru menyatakan ide-ide yang telah ada. Titik merah adalah ide yang muncul, yakni ide yang dikonstruksi. Apa saja ide-ide (titik-titik) yang digunakan dalam pengkontruksian perlu dikaitkan dengan ide-ide baru, karena ide-ide baru tersebutlah yang memberi arti terhadap ide-ide yang telah ada. Anak yang satu dengan yang lainnya akan menggunakan ide yang berbeda untuk memberi arti terhadap ide baru yang sama, yang penting adalah bahwa pengkontruksian sebuah ide hampir pasti akan berbeda bagi setiap anak, meskipun dalam suasana atau kelas yang sama.

Lebih lanjut standar proses dalam NCTM (2000), yang menguraikan tentang ide adalah standar koneksi, yakni standar yang berkenaan dengan hubungan di dalam dan antar ide matematika, dengan tujuan membantu siswa melihat bagaimana suatu ide dalam matematika dibangun di atas ide lain. Koneksi matematika diilhami oleh karena ilmu matematika tidaklah terpartisi dalam berbagai topik yang saling lepas, namun matematika merupakan satu kesatuan. Siswa yang mampu mengkaitkan ide-ide matematika diyakini pemahaman matematikanya akan semakin dalam dan bertahan lama karena mereka mampu melihat keterkaitan antar topik di dalam matematika, dengan konteks selain matematika, dan dengan pengalaman hidup sehari-hari.

Dalam mengkaji proses koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah, didasarkan pada proses pemahaman Skemp, baik itu pemahaman relasional maupun pemahaman instrumental. Dengan demikian proses koneksi matematika terjadi pada proses pemahaman, karena disebutkan bahwa pemahaman tergantung pada ide yang sesuai yang telah dimiliki dan tergantung pada pembuatan hubungan baru antar ide. Hal ini berkaitan dengan ungkapan Mousley (2004) yang mengatakan terjadinya proses koneksi di dalam pemahaman diantara aspek pengalaman, pengetahuan, dan skill.

Proses koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah berdasarkan pemahaman Skemp diperoleh dari wawancara penyelesaian masalah dengan tahapan Polya. Proses koneksi matematika dikaji menggunakan “*mapping mathematics*” (Eisenmann dan Otten, 2011), dan “*Concept Maps*” (McGowen dan Tall, 1999), sedangkan proses pemahaman skemp dikaji menggunakan “*jaringan ide*” (Walle, 2007).

METODE

Pendekatan penelitian ini adalah pendekatan penelitian kualitatif, dan jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif eksploratif. Bertempat di SMK PGRI 7 Malang. Data yang akan dikumpulkan meliputi: a) lembar jawaban subjek penelitian, dan b) hasil rekaman suara subjek penelitian. Sumber data adalah siswa kelas XII yang terdiri dari 3 orang siswa. Instrumen utama adalah peneliti sendiri yang dipandu dengan lembar tugas individu. Data-data dikumpulkan dengan menggunakan metode *think out louds* (Olson, Duffi, dan Mack, 1988). Selama proses wawancara, masing-masing subjek diminta mengungkapkan dengan keras apa yang ia pikirkan dalam menyelesaikan lembar tugas individu. Peneliti merekam ungkapan masing-masing subjek selama proses penyelesaian lembar tugas individu, mulai dari tahap memahami soal sampai dengan memeriksa kembali hasil penyelesaian. Data yang terkumpul, dianalisis menggunakan teknik model alir (flow model) dengan tahap: a) mereduksi, b) menyajikan data, c) menarik kesimpulan (Miles dan Huberman, 1994).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil kajian dan pendeskripsian dalam penelitian ini, akan dipaparkan kelompok subjek penelitian yang memiliki karakteristik yang berbeda. Karakteristik subjek dalam penelitian ini, antara lain subjek kelompok 1,

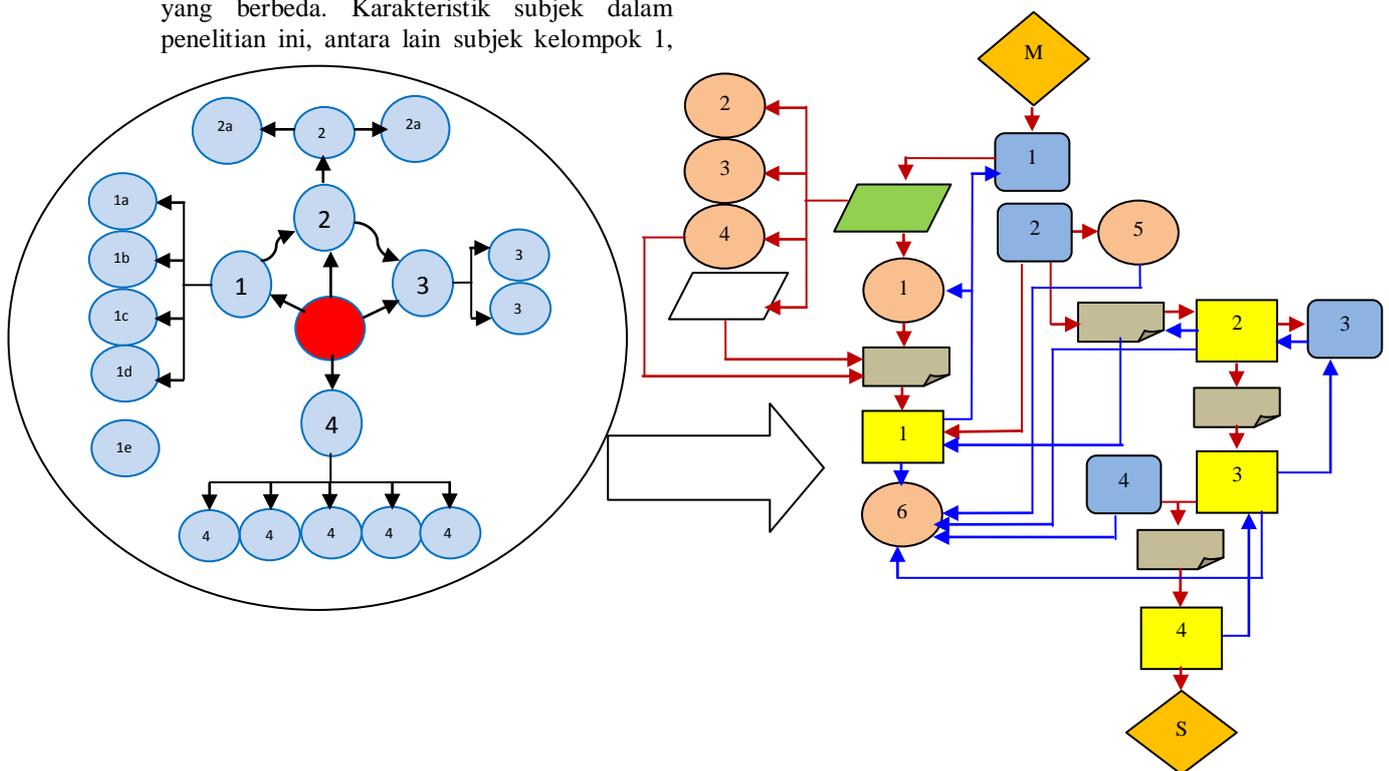
yang terdiri dari S1, dan S2, dan subjek kelompok 2, yakni S3.

Proses koneksi matematika berdasarkan pemahaman Skemp

Pemahaman subjek dicaridengan mewawancarai masing-masing subjek sesuai dengan tahapan Polya, wawancara ini dilakukan setelah memberikan dan mengoreksi hasil jawaban subjek dalam menjawab LTI tersebut. Hasil wawancara yang dipaparkan sebanyak 2 subjek saja, yakni: S1 dari subjek kelompok 1, dan S3 dari subjek kelompok 2. Hasil yang diperoleh sebagai berikut:

Subjek 1 (S1)

Pemahaman yang dimiliki S1 dalam menyelesaikan LTI nomor 1 adalah *pemahaman relasional*. Terlihat dari cara mencari titik perpotongan dua garis yang memenuhi persamaan $x - 2y = 4$ dan $3x + 2y = 8$ menggunakan sifat invers matriks, metode grafik, dan mengetahui cara mencari titik perpotongan dua garis tersebut menggunakan metode substitusi dan eliminasi; mencari gradien garis l_1 yang tegak lurus dengan menganggap bahwa titik O adalah titik asal yang berkoordinat $(0,0)$; mencari persamaan garis dari l_2 yang melalui titik $B(2,2)$ dan tegak lurus pada l_1 ; dan memeriksa kembali hasil jawaban yang diperoleh. Bentuk pemahaman yang dimaksud dapat dilihat dari gambar di bawah ini:



Gambar 3. Proses koneksi matematika S1 dalam menyelesaikan LTI nomor 1 berdasarkan pemahaman Skemp.

Keterangan

Simbol	Arti simbol	No	Artinya
	Soal	1	jika titik A merupakan titik perpotongan dua garis yang memenuhi persamaan $x - 2y = 4$ dan $3x + 2y = 8$ dan garis l_1 adalah garis yang melalui titik A dan titik O , maka persamaan garis dari l_2 yang melalui $B(2,2)$ dan tegak lurus pada l_1 adalah ...
	Ide-ide penyelesaian	1	titik A
		1a	sifat invers matriks
		1b	metode grafik
		1c	metode substitusi
		1d	metode eliminasi
		1e	metode determinan
		2	gradien garis l_1
		2a	gradien AO atau m_1
		2a ₁	titik A
		2a ₂	titik O
		3	persamaan garis
		3a	titik $B(2,2)$
		3b	gradien garis l_1
		4	memeriksa kembali hasil jawaban
		4a	substitusi nilai x, y ke dalam matriks $R = PQ$
		4b	substitusi nilai x, y ke dalam persamaan $x - 2y = 4$ dan $3x + 2y = 8$
		4c	menjabarkan persamaan garis untuk mendapatkan gradien m_2
		4d	substitusi m_2 ke dalam sifat gradien garis tegak lurus $m_1 m_2 = -1$ untuk mendapatkan gradien m_1 atau gradien m_{AO}
		4e	substitusi m_{AO} dan titik O ke dalam $m_{AO} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
	Arah		

Keterangan

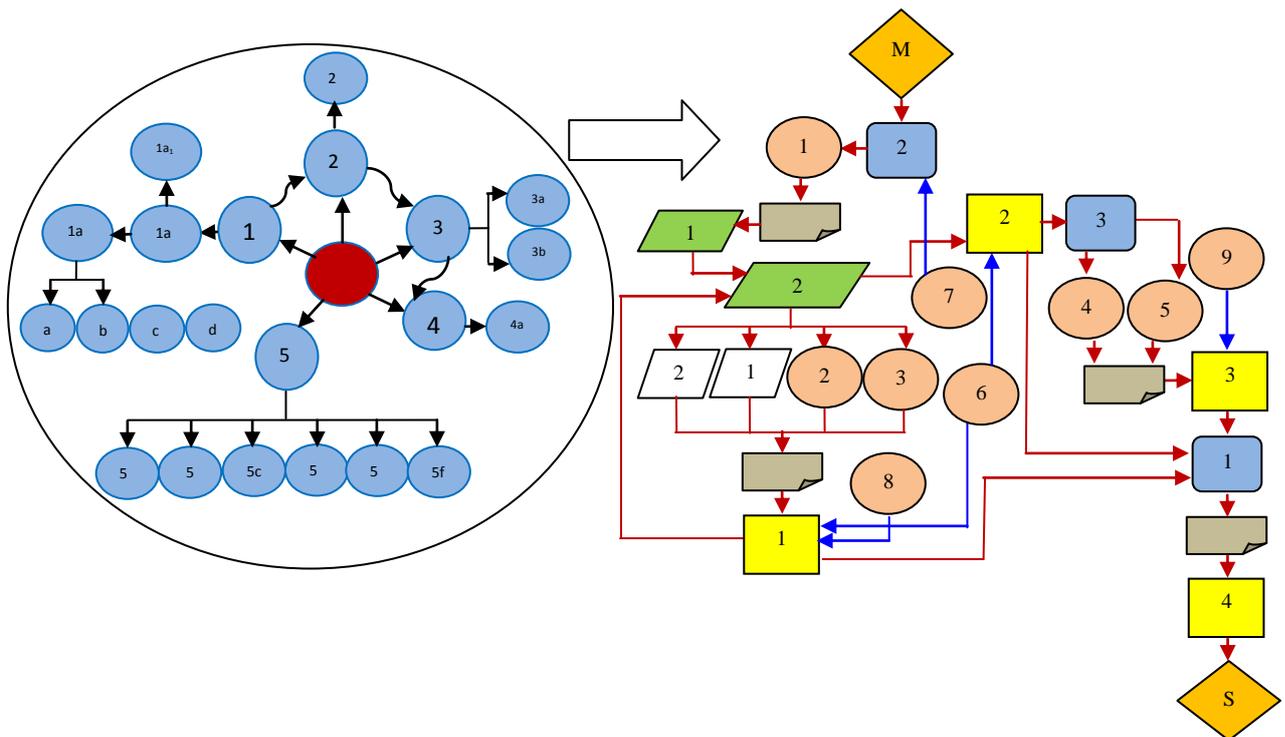
Simbol	Arti simbol	No	Artinya
	Diketahui	1	persamaan 1 dan persamaan 2
		2	garis l_1
		3	l_1 tegak lurus
		4	garis l_2 melalui titik $B(2,2)$
	Koneksi antar konsep	1	sifat invers matriks
		2	metode substitusi
		3	metode eliminasi
		4	metode grafik
		5	titik $O(0,0)$
		6	grafik persamaan garis
	Hasil	1	titik potong A
		2	gradien AO
		3	gradien m_2 yang tegak lurus atau gradien garis AO yang tegak lurus
		4	persamaan garis
	Koneksi antar materi	-	mengubah bentuk SPL2V menjadi bentuk matriks
	Stimulus	-	metode determinan
	Mulai/selesai	M	Mulai
		S	Selesai
	Operasi		

←	Arah	
←	Pemahaman skemp	Pemahaman relasional

Dari pemahaman yang dimiliki S1, dapat dikaji proses koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah berdasarkan pemahaman relasional, yakni: S1 dapat menghubungkan konsep materi SPL2V dengan konsep materi sifat invers matriks; menghubungkan antar konsep (metode substitusi, metode eliminasi, dan grafik), mengetahui kembali hubungan konsep materi SPL2V dengan konsep materi matriks setelah diberikan stimulus solusi penyelesaian SPL2V menggunakan metode determinan; mencari gradien garis l_1 yang tegak lurus dengan menganggap bahwa titik O adalah titik asal yang berkoordinat $(0,0)$.

Selanjutnya pemahaman yang dimiliki S1 dalam menyelesaikan LTI nomor 2 adalah *pemahaman relasional*. Terlihat dari cara mencari nilai a dengan menggunakan metode penyelesaian persamaan kuadrat (faktorisasi, dan rumus kuadrat); mencari nilai c dengan mensubstitusi nilai a ke dalam persamaan $1 + a + a^2 = 13$ atau $1 + a + c = 13$; mencari nilai b menggunakan rumus suku ke-

n barisan aritmetika dan sifat selisih barisan aritmetika; mencari $\det(A)$ dengan mensubstitusikan nilai a, b, c ke dalam matriks A ; dan memeriksa hasil jawaban dengan mensubstitusikan nilai a, c ke dalam persamaan $1 + a + a^2 = 13$ atau $1 + a + c = 13$, kemudian mencocokkan dengan rasio barisan geometri yang selalu tetap; mensubstitusi nilai b, c ke dalam konsep selisih barisan aritmetika; mengecek nilai $a = 3$ dan $c = 9$ menggunakan rumus suku ke- n barisan geometri; mengecek kebenaran pernyataan 'bilangan positif $1, a, c$ membentuk barisan geometri berjumlah 13' menggunakan rumus jumlah n suku deret geometri; mengecek nilai $a = 3$ adalah suku tengah dari bilangan positif $1, a, c$ membentuk barisan geometri berjumlah 13' menggunakan rumus suku tengah barisan geometri; dan mengecek nilai $b = 5$ dari bilangan positif $1, b, c$ yang membentuk barisan aritmetika menggunakan rumus suku tengah barisan aritmetika. Bentuk pemahaman yang dimaksud dapat dilihat dari gambar di bawah ini:



Gambar 4. Proses koneksi matematika S1 dalam menyelesaikan masalah LTI nomor 2 berdasarkan pemahaman Skemp.

Keterangan

Simbol	Arti simbol	No	Artinya
	Soal	1	pada matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & c \\ b & d \end{bmatrix}$, jika bilangan positif $1, a, c$ membentuk barisan geometri berjumlah 13 dan bilangan positif $1, b, c$ membentuk barisan aritmetika. Maka determinan matriks A adalah ...
	Ide-ide penyelesaian	1	nilai suku a
		1a	rasio barisan geometri
		1a ₁	perkalian bilangan berpangkat
		1a ₂	persamaan kuadrat
		a	metode faktorisasi
		b	metode rumus kuadrat
		c	metode melengkapi kuadrat
		d	metode grafik
		2	nilai suku c
		2a	mensubstitusi nilai a ke dalam persamaan $1 + a + a^2 = 13$ atau $1 + a + c = 13$
		3	nilai suku b
		3a	rumus suku ke- n barisan aritmetika
		3b	selisih barisan aritmetika
		4	$\det(A)$
			substitusi nilai suku a, b, c ke dalam matriks A
		5	memeriksa kembali hasil jawaban
		5a	substitusi nilai a, c ke dalam persamaan $1 + a + a^2 = 13$ atau $1 + a + c = 13$
		5b	substitusi nilai b, c ke dalam konsep selisih barisan aritmetika
		5c	mengecek nilai $a = 3$ dan $c = 9$ menggunakan rumus suku ke- n barisan geometri
		5d	mengecek kebenaran pernyataan 'bilangan positif $1, a, c$ membentuk barisan geometri berjumlah 13' menggunakan rumus jumlah n suku deret geometri
		5e	mengecek nilai $a = 3$ adalah 'suku tengah dari bilangan positif $1, a, c$ membentuk barisan geometri berjumlah 13' menggunakan rumus suku tengah barisan geometri
		5f	mengecek nilai $b = 5$ dari bilangan positif $1, b, c$ yang membentuk barisan aritmetika menggunakan rumus suku tengah barisan aritmetika
	Arah		

Keterangan:

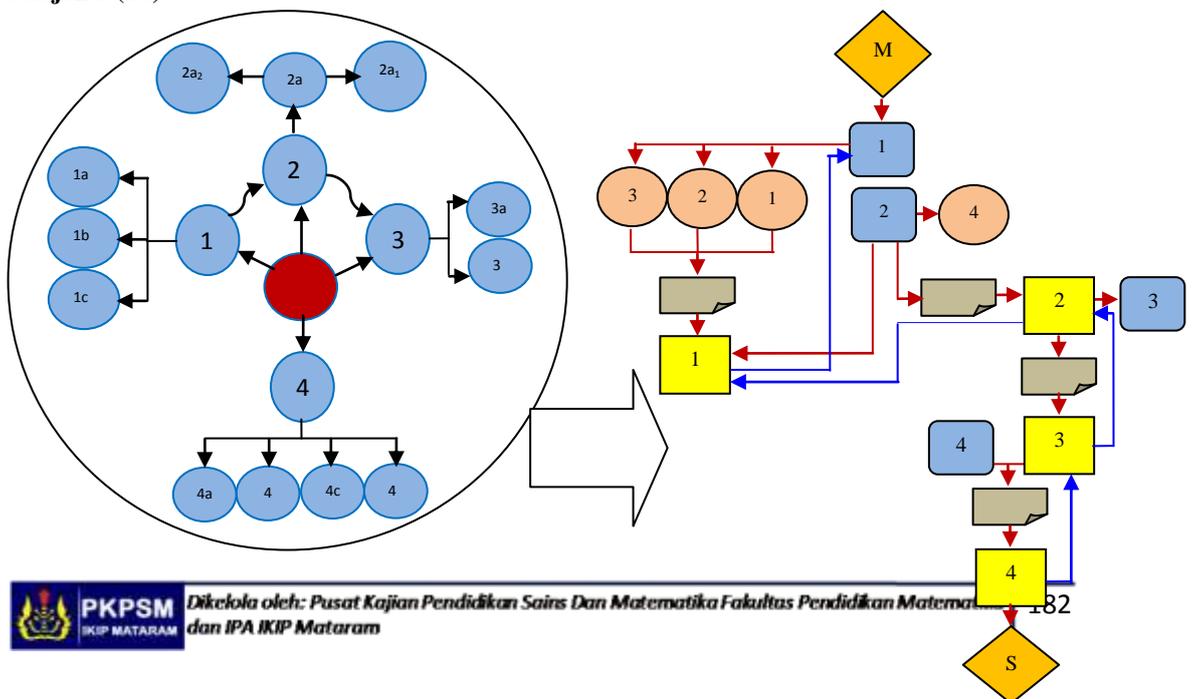
Simbol	Arti simbol	No	Artinya
	Diketahui	1	matriks A
		2	bilangan positif $1, a, c$ membentuk barisan geometri berjumlah 13.
		3	bilangan positif $1, b, c$ adalah barisan aritmetika.
	Koneksi antar konsep	1	rasio barisan geometri selalu tetap
		2	metode faktorisasi
		3	rumus kuadrat
		4	suku ke- n barisan aritmetika
		5	selisih atau beda barisan aritmetika selalu tetap
		6	suku ke- n barisan geometri
		7	jumlah n deret geometri
		8	suku tengah deret geometri
		9	suku tengah deret aritmetika

	Hasil	1	nilai suku $a = 3$
		2	nilai suku $c = a^2 = 3^2 = 9$
		3	nilai suku $b = 5$
		4	$\det(A) = -6$
	Koneksi antar materi	1	perkalian bilangan berpangkat
		2	persamaan kuadrat
	Stimulus	1	metode melengkapi kuadrat
		2	metode grafik
	Mulai/selesai	M	Mulai
		S	Selesai
	Operasi		
	Arah		
	Pemahaman skemp		pemahaman relasional

Dari pemahaman yang dimiliki S1, dapat dikaji proses koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah berdasarkan pemahaman relasional, yakni: S1 dapat menghubungkan konsep materi rasio barisan geometri ke konsep materi perkalian bilangan berpangkat yang menghasilkan konsep persamaan kuadrat, kemudian menyelesaikannya dengan konsep metode faktorisasi dan rumus kuadrat; mengecek kembali nilai a, c menggunakan rumus suku ke- n barisan geometri; mengecek kebenaran bilangan positif $1, a, c$ yang membentuk barisan geometri berjumlah 13 menggunakan rumus jumlah n suku deret geometri; mencari nilai b dengan menghubungkan konsep selisih barisan aritmetika, dan menyelesaikan dengan rumus suku ke- n barisan aritmetika. Mengecek kembali nilai b menggunakan rumus tengah barisan aritmetika; dan terakhir mencari determinan matriks A .

Pemahaman yang dimiliki S3 dalam menyelesaikan LTI nomor 1 adalah *pemahaman relasional*. Terlihat dari cara mencari titik perpotongan dua garis yang memenuhi persamaan $x - 2y = 4$ dan $3x + 2y = 8$ menggunakan metode substitusi, metode grafik, dan metode eliminasi; mencari gradien garis l_1 yang tegak lurus dengan menganggap bahwa titik $O(0,0)$; mencari persamaan garis dari l_2 yang melalui titik $B(2,2)$ dan tegak lurus pada l_1 ; dan memeriksa kembali hasil jawaban yang diperoleh (substitusi nilai x, y ke dalam persamaan 1 dan 2; menjabarkan persamaan garis sehingga diperoleh m_2 ; substitusi m_2 ke sifat gradien dua garis yang tegak lurus untuk mendapat m_1 ; substitusi nilai m_1 dan titik $O(0,0)$ ke dalam konsep penyelesaian gradien dua garis untuk mendapatkan nilai x, y). Bentuk pemahaman yang dimaksud dapat dilihat dari gambar di bawah ini:

Subjek 3 (S3)



Gambar 5. Proses koneksi matematika S3 dalam menyelesaikan LTI nomor 1 berdasarkan

Keterangan

Simbol	Arti simbol	No	Artinya
	Soal	1	jika titik A merupakan titik perpotongan dua garis yang memenuhi persamaan $x - 2y = 4$ dan $3x + 2y = 8$ dan garis l_1 adalah garis yang melalui titik A dan titik O , maka persamaan garis dari l_2 yang melalui $B(2,2)$ dan tegak lurus pada l_1 adalah ...
	Ide-ide penyelesaian	1	titik A
		1a	metode substitusi
		1b	metode grafik
		1c	metode eliminasi
		2	gradien garis l_1
		2a	gradien AO atau m_1
		2a ₁	titik A
		2a ₂	titik O
		3	persamaan garis
		3a	titik $B(2,2)$
		3b	gradien garis l_1
		4	memeriksa kembali hasil jawaban
		4a	substitusi nilai x, y ke dalam persamaan $x - 2y = 4$ dan $3x + 2y = 8$
		4b	menjabar persamaan garis untuk mendapatkan gradien m_2
		4c	substitusi m_2 ke dalam sifat gradien garis tegak lurus $m_1 m_2 = -1$ untuk mendapatkan gradien m_1 atau gradien m_{AO}
		4d	substitusi m_{AO} dan titik O ke dalam $m_{AO} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
	Arah		

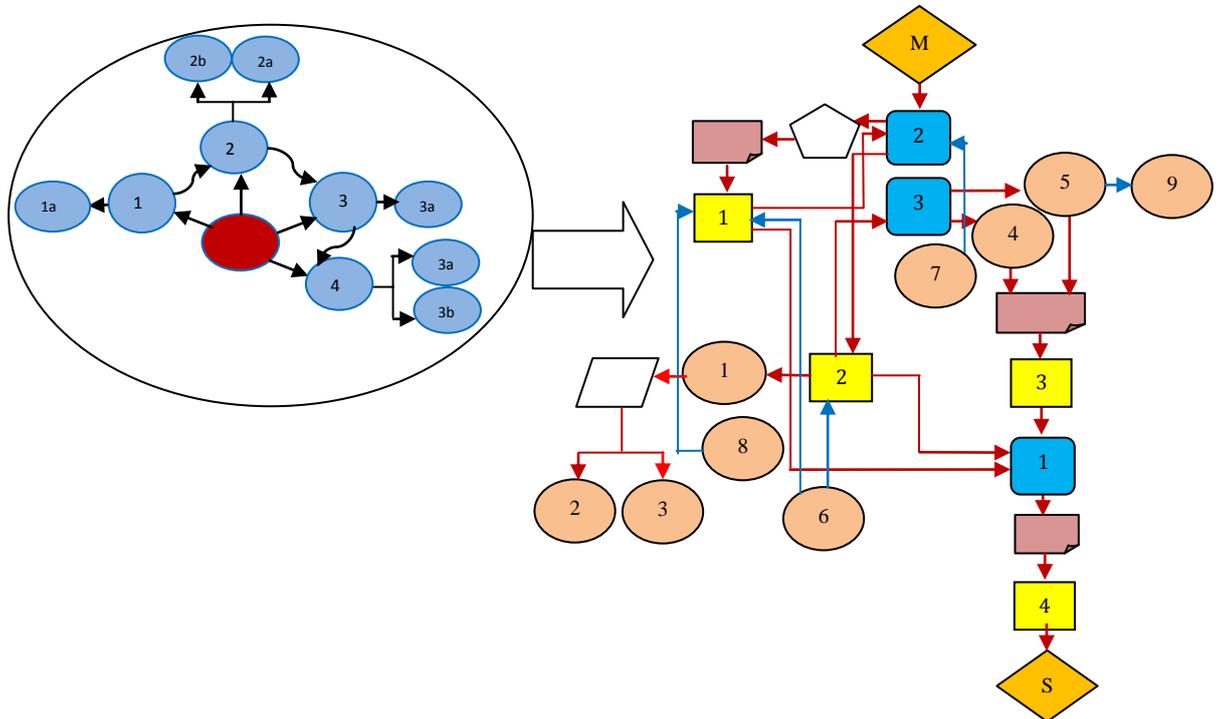
Keterangan:

Simbol	Arti simbol	No	Artinya
	Diketahui	1	persamaan 1 dan persamaan 2
		2	garis l_1
		3	l_1 tegak lurus
		4	garis l_2 melalui $B(2,2)$
	Koneksi antar konsep	1	metode substitusi
		2	metode eliminasi
		3	metode grafik
		4	titik $O(0,0)$
	Hasil	1	titik potong A
		2	gradien AO
		3	gradien garis AO yang tegak lurus
		4	persamaan garis
	Mulai/selesai	M	mulai
		S	selesai
	Operasi		
	Arah		
	pemahaman skemp		pemahaman relasional

Dari pemahaman yang dimiliki S3, dapat dikaji proses koneksi matematika S3 dalam menyelesaikan masalah berdasarkan pemahaman relasional, yakni: S3 menggunakan hubungan antarkonsep matematika, yaitu mencari nilai x dan y dengan menggunakan metode substitusi, dan metode grafik; mencari gradien garis yang tegak lurus; mencari persamaan garis l_2 yang melalui titik $B(2,2)$ dan tegak lurus pada garis l_1 . Selanjutnya pemahaman yang dimiliki dalam menyelesaikan LTI nomor 2 adalah *pemahaman instrumental*. Terlihat dari cara mencari nilai a, c dengan menggunakan metode

coba-coba kemudian mencocokkan dengan rasio barisan geometri yang selalu tetap, sehingga memungkinkan peneliti untuk memberikan stimulus agar S3 dapat menyelesaikan LTI seperti subjek lainnya; dari hasil mencoba-coba tersebut S3 dapat mencari

nilai b menggunakan sifat selisih barisan aritmetika; kemudian mencari $\det(A)$ dengan mensubstitusikan nilai a, b, c ke dalam matriks A . Bentuk pemahaman yang dimaksud dapat dilihat dari gambar di bawah ini:



Gambar 6. Proses koneksi matematika S3 dalam menyelesaikan LTI nomor 2 berdasarkan pemahaman Skemp.

Keterangan

Simbol	Arti simbol	No	Artinya
	Soal	1	pada matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & c \\ b & d \end{bmatrix}$, jika bilangan positif $1, a, c$ membentuk barisan geometri berjumlah 13 dan bilangan positif $1, b, c$ membentuk barisan aritmetika. Maka determinan matriks A adalah ...
	Ide-ide penyelesaian	1	nilai suku a dan c
		1a	substitusi $a > 1$ ke persamaan $1 + a + c = 13$, kemudian dicocokkan dengan rasio barisan geometri
		2	nilai suku b
		2a	selisih barisan aritmetika
		2b	rumus suku ke- n barisan aritmetika
		3	$\det(A)$
		3a	substitusi nilai suku a, b, c ke dalam matriks A
		4	memeriksa kembali hasil jawaban
		4a	substitusi nilai a, c ke dalam persamaan $1 + a + c = 13$
		4b	substitusi nilai b dan c ke bentuk sifat selisih barisan aritmetika yang selalu tetap.

← Arah

Keterangan:

Simbol	Arti simbol	No	Artinya
	Diketahui	1	matriks A
		2	bilangan positif $1, a, c$ membentuk barisan geometri berjumlah 13.
		3	bilangan positif $1, b, c$ adl barisan aritmetika.
	Koneksi antar konsep	1	rasio barisan geometri selalu tetap
		2	metode faktorisasi
		3	rumus kuadrat (tapi lupa)
		4	selisih atau beda barisan aritmetika selalu tetap
		5	suku ke- n barisan aritmetika
		6	suku ke- n barisan geometri
		7	jumlah n deret geometri
		8	suku tengah deret geometri
		9	suku tengah deret aritmetika
	Hasil	1	nilai $a=3$
		2	nilai $c=a^2=3^2=9$
		3	nilai $b=5$
		4	determinan matriks $A=-6$
	Stimulus	-	persamaan kuadrat
	Coba-coba		mengambil sebarang nilai $a > 1$
	Mulai/selesai	M	mulai
		S	selesai
	Arah		
	operasi		
	Pemahaman skemp		Pemahaman instrumental

Dari pemahaman yang dimiliki S3. Terlihat S3 menggunakan cara coba-coba untuk mencari nilai a dan mensubstitusikan nilai a ke $1 + a + c = 13$ dengan tujuan untuk mendapatkan nilai c , kemudian mencocokkannya dengan konsep rasio barisan geometri; S3 mencari nilai b dengan menghubungkan konsep barisan aritmetika dengan selisih atau beda dari suatu barisan aritmetika; dan terakhir menyelesaikan permasalahan determinan matriks A .

PEMBAHASAN

Hasil analisis LTI diperoleh bentuk proses koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah berdasarkan pemahaman Skemp subjek kelompok, yakni:

LTI nomor 1

Ide-ide Penyelesaian	Subjek Kelompok 1 S1	Subjek Kelompok 2 Subjek 3
Mencari titik A	menggunakan sifat invers matriks, metode grafik, metode substitusi, dan eliminasi; stimulus metode determinan	menggunakan metode substitusi, metode grafik, dan metode eliminasi
Mencari gradien l_1 yang tegak lurus	titik $O(0,0)$, dan memperhatikan syarat gradien dua garis yang tegak lurus	titik $O(0,0)$, dan memperhatikan syarat gradien dua garis yang tegak lurus.
Mencari persamaan garis	$y - 6x + 10 = 0$	$y = 2(3x - 5)$
Memeriksa kembali hasil pekerjaan	substitusi nilai x, y ke dalam matriks $R = PQ$; substitusi nilai x, y ke dalam	substitusi nilai x, y ke dalam

	persamaan $x - 2y = 4$ dan $3x + 2y = 8$;	persamaan $x - 2y = 4$ dan $3x + 2y = 8$;
	menjabarkan persamaan garis untuk mendapatkan gradien m_2 ;	menjabarkan persamaan garis untuk mendapatkan gradien m_2 ;
	subtitusi m_2 ke dalam sifat gradien garis yang tegak lurus $m_1 m_2 = -1$ untuk mendapatkan gradien m_1 atau gradien m_{AO} ;	subtitusi m_2 ke dalam sifat gradien garis yang tegak lurus $m_1 m_2 = -1$ untuk mendapatkan gradien m_1 atau gradien m_{AO} ;
	subtitusi m_{AO} dan titik O ke dalam $m_{AO} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	subtitusi m_{AO} dan titik O ke dalam $m_{AO} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
Kriteria skemp	pemahaman Pemahaman relasional	Pemahaman relasional

Dari bentuk ide-ide penyelesaian masing-masing kelompok dapat dikatakan bahwa subjek kelompok 1 dan kelompok 2 memiliki pemahaman Skemp yang sama, yakni pemahaman relasional.

LTI nomor 2

Ide-ide Penyelesaian	Subjek Kelompok 1 S1	Subjek Kelompok 2 S3
Mencari nilai suku a	Menggunakan metode faktorisasi, rumus kuadrat, dan stimulus cara penyelesaian menggunakan metode melengkapi kuadrat, dan grafik	mencocokkan sebarang bilangan positif nilai $a > 1$
Mencari nilai suku c	subtitusi nilai a ke dalam persamaan $1 + a + a^2 = 13$ atau $1 + a + c = 13$	hasil pencocok-an sebarang bilangan positif nilai $a > 1$
Mencari nilai suku b	menggunakan rumus suku ke- n barisan aritmetika dan sifat selisih barisan aritmetika	menggunakan konsep selisih barisan aritmetika
Mencari $\det(A)$	mensubtitusikan nilai suku a, b, c ke dalam matriks A	mensubtitusikan nilai suku $1, a, b, c$ ke dalam matriks A
Memeriksa kembali hasil pekerjaan	subtitusi nilai a, c ke dalam persamaan $1 + a + a^2 = 13$ atau $1 + a + c = 13$; subtitusi nilai b, c ke dalam konsep selisih barisan aritmetika; mengecek nilai $a = 3$ dan $c = 9$ menggunakan rumus suku ke- n barisan geometri; mengecek kebenaran pernyataan 'bilangan positif $1, a, c$ membentuk barisan geometri berjumlah 13' menggunakan rumus jumlah n suku deret geometri; mengecek nilai $a = 3$ adalah 'suku tengah dari bilangan positif $1, a, c$ membentuk barisan geometri berjumlah 13' menggunakan rumus suku tengah barisan geometri;	subtitusi nilai a, c ke dalam persamaan $1 + a + c = 13$; subtitusi nilai b dan c ke bentuk sifat selisih barisan aritmetika yang selalu tetap.

dan mengecek nilai $b = 5$ dari bilangan positif $1, b, c$ yang membentuk barisan aritmetika menggunakan rumus suku tengah barisan aritmetika

kriteria skemp	pemahaman	Pemahaman relasional	Pemahaman instrumental
----------------	-----------	----------------------	------------------------

Bentuk pemahaman masing-masing subjek kelompok memberi gambaran pengetahuan yang telah dimiliki subjek dalam menyelesaikan suatu masalah, karena rata-rata subjek dalam penelitian ini sanggup menjawab pertanyaan yang disajikan dalam LTI penelitian ini. Ini menunjukkan bahwa proses pembelajaran akan lebih mudah dipelajari dan dipahami seorang kreator jika para fasilitator mampu memberi kemudahan kepada kreator sedemikian sehingga para kreator dapat mengkaitkan pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dimilikinya. Hal ini sependapat dengan ungkapan Ausubel (dalam Orton 2004: 24): *"If had to reduce all of educational psychology to just on principle, I would say this: the most important single factor influencing learning is what the learner already knows. Ascertain this and teach him accordingly."*

Jadi dengan memperhatikan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya dapat mencegah siswa belajar dengan hafalan. Hal ini sesuai dengan ungkapan Bell (dalam Shadiq 2012: 7); *"... if the learner's intention is to memorise it verbatim, I, e., as a series of arbitrary related word, both the learning process and the learning outcome must necessarily be rote and meaningless."*

Pengetahuan atau pengalaman baru yang diperoleh dapat berkaitan dengan pengetahuan lama siswa. Hal ini sesuai dengan definisi pemahaman menurut Back House, et.al (dalam Walle, 2007) *"understanding can be defined as a measure of the quality and quantity of connections that an idea has with existing ideas. Understanding is never an all or nothing proposition. It depends on the existence of appropriate ideas and on the creation of new connections."*

Proses koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah berdasarkan Pemahaman Skemp.

Dari bentuk pemahaman yang dimiliki dapat dikaji proses koneksi masing-masing subjek kelompok, yakni sebagai berikut:

LTI nomor 1

Indikator koneksi	Subjek Kelompok 1 S1	Subjek Kelompok 1 S3
Mencari titik A	menghubungkan konsep materi SPL2V dengan konsep sifat invers matriks; dan konsep penyelesaian SPL2V menggunakan metode substitusi, eliminasi, dan grafik	menggunakan konsep penyelesaian SPL2V, yakni metode substitusi, eliminasi, dan grafik
Mencari gradien AO yang tegak lurus	menggunakan konsep sifat gradien dua garis yang tegak lurus, dan titik $O(0, 0)$ adalah titik pusat	menganggap titik $O(0,0)$, dan memperhatikan syarat gradien dua garis yang tegak lurus

LTI nomor 2

Indikator koneksi	Subjek Kelompok 1 S1	Subjek Kelompok 1 S3
Mencari nilai suku a	menghubungkan konsep rasio barisan geometri dengan konsep perkalian bilangan berpangkat, sehingga menghasilkan persamaan kuadrat, kemudian menyelesaikan dengan menggunakan metode faktorisasi, dan metode rumus kuadrat.	menghubungkan konsep rasio barisan geometri dengan perkalian bilangan berpangkat, sehingga menghasilkan konsep persamaan kuadrat; kemudian menyelesaikannya dengan metode faktorisasi (stimulus)
Mencari suku c	subtitusikan nilai suku a ke dalam deret: $1 + a + a^2 = 1$	subtitusikan nilai suku a ke dalam deret: $1 + a + a^2 = 13$

Mencari nilai suku b	menggunakan konsep suku ke- n barisan aritmetika, dan konsep selisih barisan aritmetika	(stimulus)	menggunakan konsep selisih barisan aritmetika dengan suku ke- n barisan aritmetika
------------------------	---	------------	--

Dari tabel di atas memperlihatkan hasil analisis lembar jawaban tugas individu masing-masing subjek kelompok penelitian menunjukkan adanya perbedaan proses koneksi matematika di dalam menyelesaikan masalah. Disebabkan karena informasi tentang suatu materi yang dimiliki oleh subjek tidak mampu membantu mengonstruksi suatu materi yang baru. Sehingga penting untuk membangun pemahaman siswa tentang hubungan antar ide-ide matematika. Hal ini sesuai dengan ungkapan Knut (2000) bahwa dengan mengkoneksikan materi matematika dapat membangun pemahaman siswa tentang adanya hubungan internal di dalam matematika. Hubungan internal matematika meliputi hubungan antara topik dalam matematika itu sendiri. Hal yang sama juga diungkapkan oleh Lawson (2000) bahwa penting untuk membantu siswa untuk mengetahui koneksi yang terjadi di dalam setiap materi untuk menyelesaikan permasalahan.

Membangun pemahaman siswa diperlukan material, yakni ide-ide matematika sebelumnya. Ide-ide matematika itu sendiri diperoleh dari pengalaman siswa dalam menyelesaikan masalah. Kemampuan menyelesaikan masalah dapat dikembangkan dengan: a) mengajari siswa dengan berbagai strategi; b) memberikan waktu yang cukup untuk siswa mencoba soal yang ada; c) mengajak siswa untuk menyelesaikan dengan cara lain; d) mengajak siswa untuk melihat kembali, melihat kemungkinan yang lain, mengatakan dengan bahasa sendiri, kemudian mengajak untuk mencari penyelesaian dengan cara yang lebih baik; e) jika berhadapan dengan materi sulit, tidak berarti harus menghindar. Tetapi gunakan cukup waktu untuk mengulang dan mengerjakan soal yang lebih banyak. Mulailah dengan mengerjakan soal serupa, dan kemudian soal-soal yang lebih menantang.

Ini berkaitan dengan penelitian yang dilakukan oleh Dodson dan Hollander (dalam Budi, 2006) yang mana menurut mereka, kemampuan menyelesaikan masalah yang harus ditumbuhkan adalah: a) kemampuan mengerti konsep; b) kemampuan untuk mencatat kesamaan, perbedaan, dan analogi; c) kemampuan untuk mengidentifikasi elemen terpenting dan memilih prosedur yang benar; d)

kemampuan untuk mengetahui hal yang tidak berkaitan; e) kemampuan untuk menaksir dan menganalisis; f) kemampuan untuk memvisualisasikan dan menginterpretasi kuantitas atau ruang; g) kemampuan untuk memperumum berdasarkan beberapa contoh; h) kemampuan untuk mengganti metode yang telah diketahui; i) mempunyai kepercayaan diri yang cukup dan merasa senang terhadap materinya.

PENUTUP
Kesimpulan

Pemahaman masing-masing subjek kelompok pada proses penyelesaian LTI nomor 2 berbeda, yakni: Subjek kelompok 1 memiliki pemahaman relasional, dan Subjek kelompok 2 memiliki pemahaman instrumental; terdapat ide penyelesaian yang belum dikenal subjek, memungkinkan peneliti memberikan stimulus ide penyelesaian.

Proses koneksi matematika yang terjadi dalam penyelesaian masalah berdasarkan pemahaman relasional dan pemahaman instrumental. Proses koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah berdasarkan pemahaman relasional, yakni proses koneksi matematika S1, dan S3 dalam menyelesaikan LTI nomor 1, yakni: a) koneksi antar materi matematika, yakni: mencari titik potong A dengan menghubungkan konsep materi SPL2V dengan konsep materi sifat invers matrik yang dibuat oleh S1; b) koneksi antar konsep matematika, yakni mencari titik potong A dengan menghubungkan konsep SPL2V dengan konsep metode substitusi, eliminasi, dan grafik; mencari gradien garis l_1 yang tegak lurus dengan memperhatikan konsep sifat gradien dua garis yang tegak lurus, dan titik $O(0,0)$ adalah titik pusat, yang dibuat oleh S1, dan S3.

Proses koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah berdasarkan pemahaman relasional dalam menyelesaikan LTI nomor 2, yakni: a) koneksi antar materi matematika, yakni: S1 mengkoneksikan konsep rasio barisan geometri dengan konsep perkalian bilangan berpangkat, sehingga menghasilkan persamaan kuadrat; kemudian mencari nilai suku a menggunakan metode faktorisasi, dan metode rumus kuadrat atau rumus ABC; b) koneksi antar konsep matematika, yakni: S1 mencari nilai suku b menggunakan konsep

suku ke- n barisan aritmetika, dan konsep selisih barisan aritmetika.

Proses koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah berdasarkan pemahaman instrumental, yakni proses koneksi matematika S3 dalam menyelesaikan LTI nomor 2, yakni: a) tidak terdapat koneksi antar materi matematika, dikarenakan S3 hanya memakai cara coba-coba untuk mencari nilai a dan c . Namun setelah diberikan stimulus ide penyelesaian oleh peneliti, S3 mampu mengkoneksikan konsep rasio barisan geometri dengan perkalian bilangan berpangkat, sehingga menghasilkan konsep persamaan kuadrat; kemudian menyelesaikannya dengan menggunakan konsep penyelesaian dari persamaan kuadrat (faktorisasi); b) koneksi antar konsep matematika, yakni: mencari nilai suku b menggunakan konsep suku ke- n barisan aritmetika, dan konsep selisih barisan aritmetika.

Saran

Saran dalam penelitian ini adalah: koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah antar materi matematika, dan antar konsep matematika berdasarkan pemahaman Skemp, sehingga memungkinkan peneliti selanjutnya untuk meneliti: 1) bagaimana proses koneksi matematika dalam menyelesaikan masalah lain berdasarkan pemahaman Skemp?, 2) bagaimana proses koneksi mata pelajaran matematika dengan mata pelajaran lain berdasarkan pemahaman Skemp?, 3) pendekatan pembelajaran yang memungkinkan siswa untuk mengkomunikasikan ide-ide penyelesaian dengan temannya, dan menumbuhkan kemampuan: a) mengerti konsep; b) mencatat kesamaan, perbedaan, dan analogi; c) mengidentifikasi elemen terpenting dan memilih algoritma yang benar; d) untuk mengetahui hal yang tidak berkaitan; e) untuk menaksir dan menganalisis; f) untuk mengganti metode yang telah diketahui.

DAFTAR PUSTAKA

- Budi, W.S., 2006. *Langkah Awal Menuju ke Olimpiade Matematika*, Jakarta: CV Ricardo.
- Eisenmann B.A & Otten S, 2011. Mapping Mathematics in Classroom Discourse. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 42, No. 5, 451-485.
- Knuth, E.J., 2000. Student Understanding of the Cartesian connection: an Exploratory Study. *Journal for research in mathematics education*. Vol. 31. No.4, 500-508.
- Lawson, M.J., & Chinnappan, M. 2000. Knowledge Connectedness in Geometry Problem Solving, *Journal for research in mathematics education*. Vol. 31. No.4, 26-43
- Miles, B., & Huberman, M. 1994. *Data analysis: An expanded sourcebook*. Thousand Oaks, CA: Sage
- Mousley, J. 2004. An Aspect of Mathematical Understanding: The Notion of "Connected Knowing". *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol 3 pp 377–384.
- National Council of Teacher Mathematics, 2000. *Principles and Standard for school mathematics*. Reston, VA: Autor.
- Polya, G. 1973. *How to Solve It*. New Jersey: Princeton University.
- Shadiq, F, 2012. *Buletin LIMAS Edisi 30 Nopember 2012*. Yogyakarta: P4TK Matematika.
- Skemp R, 1976. *Relational and Instrumental Understanding*. Departemen of Education. University of Warwick.
- Skemp R, 1987. *Psychology of Learning Mathematics*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Skemp R, 1989. *Mathematics in The Primary School*. London: Routledge Falmer.
- McGowen, M., & Tall, D, 1999. Concept Maps & Schematic Diagrams as Devices for Documenting the Growth of Mathematical Knowledge. *Published in Proceedings of PME23, Haifa, Israel, July 1999*, vol. 3, pp. 281–288.
- Olson, G.M., Duffi, S.A, and Mack, R.L, 1988. *Thinking-Out-Loud as a Method for Studying Real-Time Comprehension Processes*. (pp. 253-286). Hills Dole, New Jersey. Lawrence Erlbaum Associates, Publisher.
- Orton A. 2004. *Learning Mathematics: Issues, theory, and classroom practice*. London-New York: Continuum.
- Walle J.A. 2007: *Elementary and Middle School Mathematics*. Boston: Pearson Education, Inc.